

บทบทน์!
 ภาควิชาการวช
 (Conic Sections)

① วงกลม (Circle) : สมการมาตรฐานของวงกลม
 ที่มีจุดศูนย์กลาง (h, k) และ
 รัศมี r หน่วย คือ

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

ตัวอย่าง: จงหาสมการของวงกลมที่มีสมมติต่อไปนี้

(1) มีจุดศูนย์กลาง $(3, -4)$ และรัศมี 5 หน่วย

วิธีทำ, จากสมการมาตรฐาน

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

และให้ $(h, k) = (3, -4)$ และ $r = 5$

ให้คือ

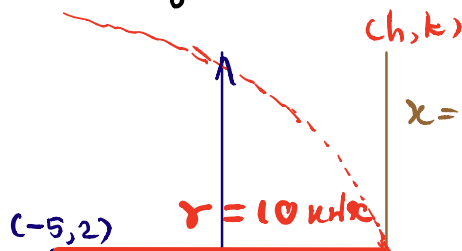
$$(x-3)^2 + (y-(-4))^2 = 5^2$$

หรือ

$$(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$$

□

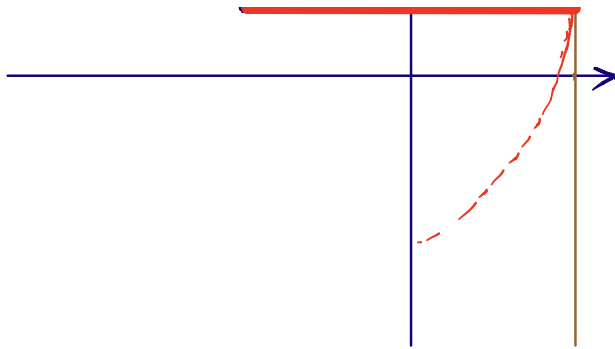
(2) มีจุดศูนย์กลาง $(-5, 2)$ และสัมผัสเส้นตรง $x=5$



วิธีทำ, จากสมการมาตรฐาน

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

และหาจากพบว่า $(h, k) = (-5, 2)$



10: $r = 10$ หน่วย จึงได้
 $(x - (-5))^2 + (y - (-2))^2 = 10^2$
 นั่นคือ
 $(x + 5)^2 + (y - 2)^2 = 100$

□

ตัวอย่าง: วงกลมจุดศูนย์กลาง และรัศมีของวงกลมต่อไปนี้ (ถ้ามี)

① $2x^2 + 2y^2 + 16x + 8y + 22 = 0$

วิธีทำ พิจารณา

$$0 = 2x^2 + 16x + 2y^2 + 8y + 22$$

จ.ได้ว่า

$$0 = x^2 + 8x + y^2 + 4y + 11$$

จึงจัดให้ x และ y ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ได้เป็น

$$\underline{x^2 + 8x + 4^2} + \underline{y^2 + 4y + 2^2} = -11 + 4^2 + 2^2$$

$$\Rightarrow (x + 4)^2 + (y + 2)^2 = 9$$

นั่นคือ สมการมาตรฐานของเป็น

$$(x - (-4))^2 + (y - (-2))^2 = 3^2$$

จ.ได้: จุดศูนย์กลางคือ $(-4, -2)$

• รัศมี คือ 3 หน่วย

□

(2) $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 9 = 0$

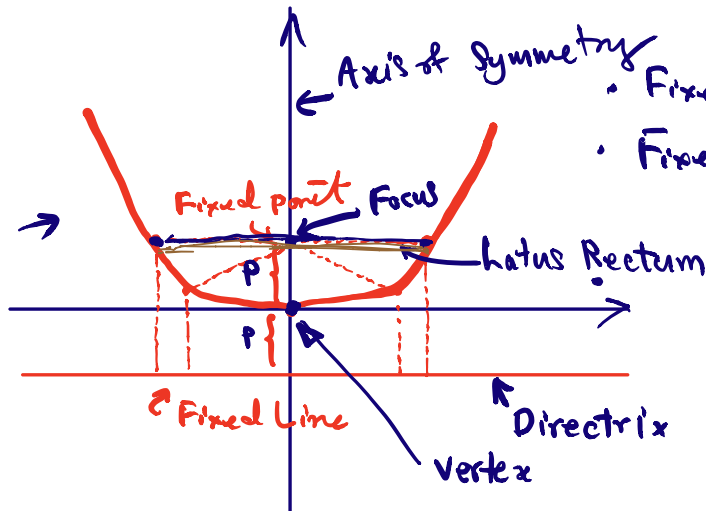
วิธีทำ เมื่อจัดรูปสมการได้เป็น

$$\underline{(x + 1)^2} + \underline{(y - 2)^2} = -4$$

เนื่องจาก ค่าไม่สามารถหาได้จำนวนจริง x และ y ที่สอดคล้อง

ลักษณะกราฟของ หันเหี้ยวและสามเหลี่ยมไม่ปิด

② พาราโบลา (Parabola):



- Fixed Point \Rightarrow จุดโฟกัส (Focus)
- Fixed Line \Rightarrow สามเหลี่ยมตรงเหี้ยว (Directrix)

ลักษณะกราฟของ หันเหี้ยว คือ

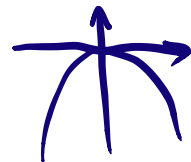
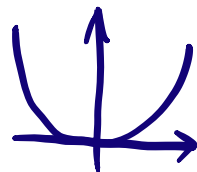
\Rightarrow $(y-k)^2 = 4p(x-h)$
หันเหี้ยว

- จุดยอด : (h, k)
- โฟกัส : $(h+p, k)$
- สามเหลี่ยมตรงเหี้ยว : $x = h-p$
- ค่าของพารามิเตอร์ : $4|p|$
- ถ้า $p > 0$ แล้ว
- ถ้า $p < 0$ แล้ว



\Rightarrow $(x-h)^2 = 4p(y-k)$
หันเหี้ยว

- จุดยอด : (h, k)
- โฟกัส : $(h, k+p)$
- สามเหลี่ยมตรงเหี้ยว : $y = k-p$
- ค่าของพารามิเตอร์ : $4|p|$
- ถ้า $p > 0$ แล้ว
- ถ้า $p < 0$ แล้ว



ตัวอย่าง : จงหาพิกัดของจุดโฟกัส สมการเส้นนำทวิภาค จุดยอด
 ความยาวคาบครึ่งวงกลม และระนาบที่วางแนวแกนพหุนามในกราฟต่อไปนี้

① $2x^2 = 4y$; $x^2 = 2y = 4\left(\frac{1}{2}\right)y$
 หมายเหตุ: p

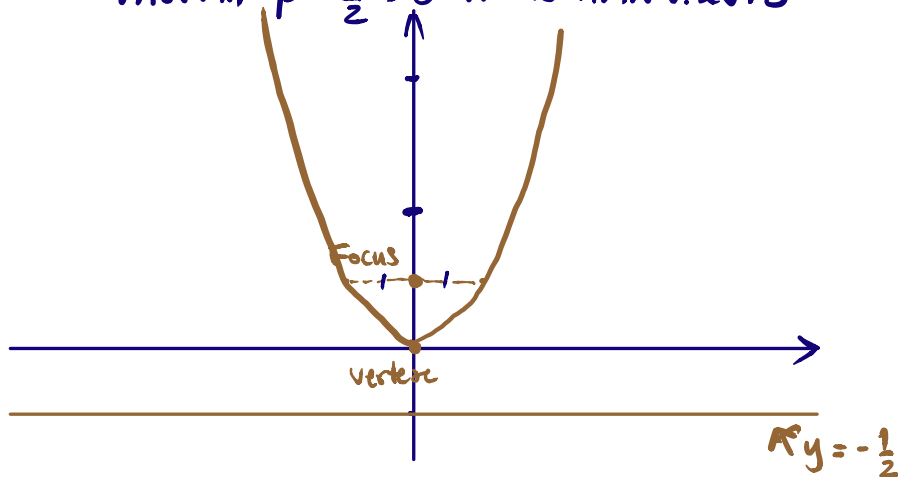
จุดยอด: $(0,0)$

จุดโฟกัส: $(0, \frac{1}{2})$

สมการเส้นนำทวิภาค: $y = -\frac{1}{2}$

ความยาวคาบครึ่งวงกลม: $4\left|\frac{1}{2}\right| = 4 = 2$ หน่วย

เนื่องจาก $p = \frac{1}{2} > 0$ มีทิศทางแกนพหุนาม: ขยาย



(2) $y^2 + 16x = 0$ [You try it!]

(3) $y + 2x^2 = 0$ [You try it!]