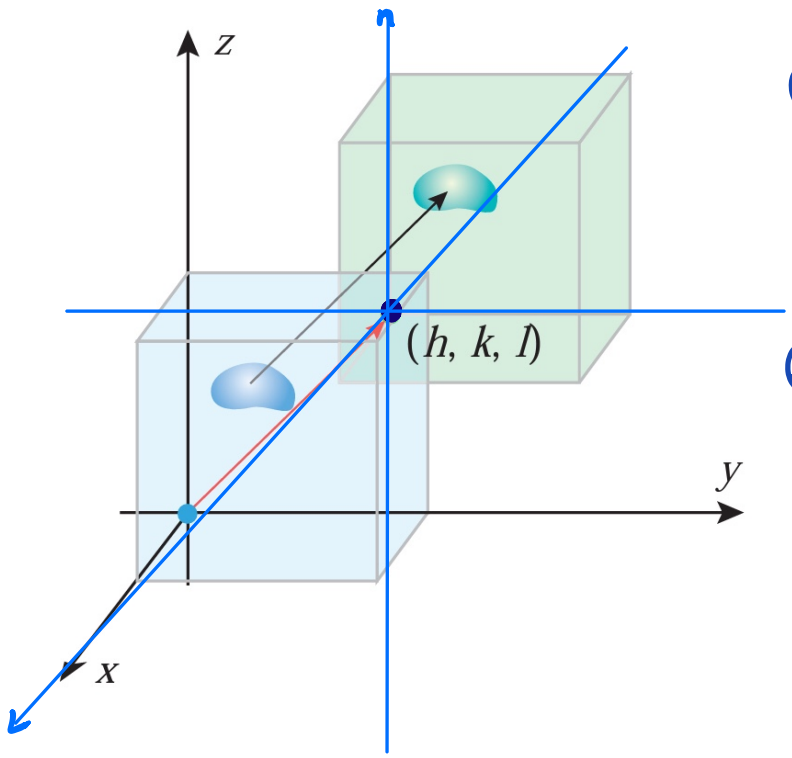
1.4 การเลื่อนแกน (Translation)



ⓒ $xyz \Rightarrow x'y'z'$

$x' = x - h$

$y' = y - k$

$z' = z - l$

ⓐ $x'y'z' \Rightarrow xyz$

$x = x' + h$

$y = y' + k$

$z = z' + l$

Ex. (1.4.2) จงเปลี่ยนรูปสมการ $4x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 16x - 24y - 8z + 31 = 0$ ให้อยู่ในรูปตัวแปร xyz เป็นสมการในตัวแปร $x'y'z'$ ที่มีจุดกำเนิดที่ $(-2, 3, 1)$ ในระบบ xyz

$(h, k, l)_{xyz}$

วิธีทำ เมื่อแทน $h = -2, k = 3$ และ $l = 1$ จะได้ว่า

$x = x' + (-2) = x' - 2$

$y = y' + 3$

$z = z' + 1$

ซึ่งทำให้ได้ว่า

$0 = 4x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 16x - 24y - 8z + 31$

$= 4(x' - 2)^2 + 4(y' + 3)^2 + 4(z' + 1)^2$

$+16(x'-2)-24(y'+3)-8(z'+1)+31$
$= \cdots$ (จัดรูป)

Ex. จงใช้การเลื่อนแกน พิจารณาลักษณะกราฟของสมการพื้นผิว
$$x^2-y^2-z^2+6x+2y+4z+10=0$$

วิธีทำ ① จัดรูปให้อยู่ในรูปมาตรฐาน
② บอกลักษณะกราฟของพื้นผิว

$x^2-y^2-z^2+6x+2y+4z+10=0$

$\Rightarrow (x^2+6x+3^2)-(y^2-2y+(-1)^2)-(z^2-4z+(-2)^2)$
$= -10+3^2-(-1)^2-(-2)^2$

$\Rightarrow (x+3)^2-(y-1)^2-(z-2)^2 = -10+9-1-4$
$= -6$

$\Rightarrow -\frac{(x+3)^2}{6}+\frac{(y-1)^2}{6}+\frac{(z-2)^2}{6}=1$

$\Rightarrow$ เป็น Elliptic Hyperboloid of One Sheet ที่มี
จุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(-3,1,2)$ ■

Ex. จงใช้การเลื่อนแกนวิเคราะห์ลักษณะของพื้นผิว
$$4x^2+25y^2-25z^2+24x-50y-50z = 89$$

วิธีทำ
$4x^2+24x+25y^2-50y-25z^2-50z=89$

$\Rightarrow$
$4(x^2+6x+3^2)+25(y^2-2y+1^2)-25(z^2+2z+1^2)$
$= 89+36+25-25$

$$\Rightarrow 4(x+3)^2 + 25(y-1)^2 - 25(z+1)^2 = 125$$

$$\Rightarrow \frac{(x+3)^2}{\left(\frac{\sqrt{125}}{2}\right)^2} + \frac{(y-1)^2}{(\sqrt{5})^2} - \frac{(z+1)^2}{(\sqrt{5})^2} = 1$$

$\Rightarrow$ เป็นกราฟของ Elliptic Hyperboloid of One Sheet with the center at $(-3, 1, -1)$

■